高一數學暑期銜接學習單

老師的話:

高中數學比國中數學加深加廣不少,同學們利用暑假期間複習學過的,再把 常用的公式背起來,對開學之後的學習有利而無一害!!!

★ 請把以下單元的 重點整理 仔細詳讀,並<u>熟記公式和將例題完成!!!</u>



高	_	班
143		-

座號:_____

姓名:_____



乘法公式與因式分解

重點整理

一、乘法公式與因式分解:

乘法公式	因式分解
1. 乘法分配律: $(1) \ a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ $(2) \ (a+b) \times (c+d) = ac + ad + bc + bd$	(1) $a \times b + a \times c = a \times (b+c)$ (2) $ac + ad + bc + bd = (a+b) \times (c+d)$
2. 平方公式: (1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (3) $(a+b+c)^2$ $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ (4) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	(1) $a^{2} + 2ab + b^{2} = (a+b)^{2}$ (2) $a^{2} - 2ab + b^{2} = (a-b)^{2}$ (3) $a^{2} + b^{2} + c^{2} + 2ab + 2bc + 2ca$ $= (a+b+c)^{2}$ (4) $a^{2} - b^{2} = (a+b)(a-b)$
3. 立方公式:【高中教材】 (1) $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (2) $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ (3) $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ (4) $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$	(1) $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$ (2) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$ (3) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ (4) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

二、公式的變形:

1.
$$a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

2.
$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

3.
$$(a+b)^3 = (a^3+b^3)+3ab(a+b)$$

4.
$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$$

展開下列各式:

(1)
$$(3x+4)^2$$
 (2) $(2x^2-3y)^2$

學例題 2

展開下列各式:

$$(1)(-3x+2)(-3x-2) (2)(1-a)(1+a)(1+a^2)(1+a^4)$$

學例題 3【高中教材】

展開下列各式:

(1)
$$(x+2y)^3$$
 (2) $(3a-2b)^3$

學例題 4【高中教材】

展開下列各式:

$$(1)(2x-3)(4x^2+6x+9) \qquad (2)(5a^2+2b^2)(25a^4-10a^2b^2+4b^4)$$

學例題 5【高中教材】

已知a+b=5,ab=2,求

(1)
$$a^2 + b^2$$
 (2) $a^3 + b^3$

學例題 6【高中教材】

已知a-b=-3,ab=4,求

(1)
$$(a+b)^2$$
 (2) a^3-b^3

學例題 7

將下列各式因式分解:

$$(1)(a+3)^2 - 5(a+3) \qquad (2)(x+y)(x+2y)^2 - (x+y)^2(x+2y)$$

學例題 8【高中教材】

將下列各式因式分解:

(1)
$$x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3$$
 (2) $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3$

%MB 9

將下列各式因式分解:

(1)
$$6x^2 - 13x + 6$$
 (2) $6x^2 + x - 35$

學例題 10

將下列各式因式分解:

$$(1)(a+b)^2-3(a+b)+2$$
 $(2)2(a-2b)^2-a+2b-15$



」指數與科學記號

重點警理

一、指數記法:當一個數a 連乘n 次時,簡記為 a^n 的形式,其中a 稱為底數,n 稱為指數。

二、指數的運算:

設 $a \cdot b$ 是不為0的整數 · 且 $m \cdot n$ 為整數 ·

1.
$$a^0 = 1 \cdot 64 : 5^0 = 1 \cdot$$

3.
$$a^m \div a^n = a^{m-n} \circ$$
 例 : $2^4 \div 2^3 = 2^{4-3} = 2^1 \circ$

4.
$$(a^m)^n = a^{m \times n} \circ \mathbb{G} : (2^4)^3 = 2^{4 \times 3} = 2^{12} \circ \mathbb{G}$$

5.
$$(a \times b)^n = a^n \times b^n \circ$$
例: $(2 \times 3)^4 = 2^4 \times 3^4 \circ$

6.
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \circ \Re 1 : 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \circ \frac{1}{8}$$

7.
$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$
 (其中 $a > 0$)。例: $\sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}}$ 。【高中教材】

=、比較 a^m 與 a^n 的大小關係:

設 $m \cdot n$ 為整數,且m > n。

1. 當底數
$$a > 1$$
時 · $a^m > a^n$ 。例: $(1.1)^3 > (1.1)^2$ 。

2. 當底數
$$0 < a < 1$$
時 · $a^m < a^n$ 。例: $(0.9)^3 < (0.9)^2$ 。

四、科學記號:把一個數記為 $a \times 10^n$ 的形式(其中 $1 \le a < 10 \cdot n$ 為整數),我們稱此形式為科學記號。

例: 1230000 的科學記號為 1.23×10^6 。

五、位數的判斷:若n是正整數,則科學記號 $a \times 10^n$ 的整數部分為(n+1)位數。

例: $2.34 \times 10^4 = 23400$ 為 5 位數。

六、小數點後第幾位開始不是0的判斷:若n是正整數,則科學記號 $a \times 10^{-n}$ 化為小數後,其小數點後第n 位開始不是0。

例: $2.34 \times 10^{-4} = 0.000234$ 小數點後第 4 位開始不是 0 。

計算下列各式的值:

$$(1)(-2)^5(-2)^3$$
 $(2)(-2)^5 \div (-2)^2$ $(3)((-2)^3)^2$

學例題 2

計算下列各式的值:

$$(1)(-6)^3 \div 3^3 \times 5^2 \div (-2)^6 \qquad (2)(3 \times 5^2)^2 \div 25^2 \times 6^4 \div (2^2 \times 9)^2$$

學例題 3【高中教材】

計算下列各式的值:

(1)
$$\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)^{-3} \left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)^{-3}$$
 (2) $\sqrt[5]{2^{20}} \times \sqrt{\sqrt{4^6}}$

學例題 4【高中教材】

設a>0, 化簡下列各式:

$$(1)\frac{\left(3a^{-1}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(9a\right)^{-\frac{4}{3}}} \qquad (2)\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a}}$$

學例題 5

比較下列各式 $a \cdot b \cdot c$ 的大小:

(1)
$$a = 1.01^5$$
, $b = 1.01^6$, $c = 1.01^7$ (2) $a = 2^{-5}$, $b = \left(\frac{1}{2}\right)^7$, $c = \left(\frac{1}{2}\right)^9$

學例題 6

在一實驗室中,原有100個細菌,每經過1分鐘,細菌的數量會增加為原來的2倍。

- (1) 求 4 分鐘後的細菌數量。
- (2) 16分鐘後的細菌數是8分鐘後的細菌數的多少倍?



二次方根與計算機

重點整理

一、平方根的意義:

1. 當b 的平方等於a ,即 $b^2 = a$ 時,我們稱b 是a 的平方根。

例:2與-2都是4的平方根。

2. 每一個正數 a 恰有兩個平方根·其中 \sqrt{a} 表示正平方根· $-\sqrt{a}$ 表示負平方根。

例:4的正平方根為 $\sqrt{4}=2$,負平方根為 $-\sqrt{4}=-2$ 。

二、二次方根的運算:

設 $a > 0 \cdot b > 0$ 。

1.
$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$
 •

$$2. \ \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \ \ \circ$$

3.
$$\sqrt{a^2} = |a| \cdot$$

$$4. \left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad \cdot$$

三、雙重根式的化簡:【高中教材】

設
$$x > 0$$
 · $y > 0$ 且 $x > y$ 。

1.
$$\sqrt{x+y+2\sqrt{xy}} = \sqrt{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2} = \sqrt{x}+\sqrt{y}$$
°

2.
$$\sqrt{x+y-2\sqrt{xy}} = \sqrt{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2} = \sqrt{x}-\sqrt{y}$$

四、計算機:

在大部分的工程用計算機、手機附的計算功能或電腦 Windows 內建的

小算盤,也可以快速地得到 \sqrt{n} (其中n為任意正實數)的近似值。我們以計算機為例,只要依序按下

$$5 \rightarrow \boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\sqrt{}},$$

如圖所示,就可得到

$$\sqrt{5} \approx 2.23606 \cdots$$



求下列各數的平方根:

- (1)169 (2)47 (3)0

學例題 2

- (1) 化簡 $2\sqrt{3} 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} 18\sqrt{3}$ 。
- (2) 化簡 $\sqrt{32} + \sqrt{18} \sqrt{50} + \sqrt{48} \sqrt{27}$ 。

學例題 3

化簡
$$\sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{24} - \sqrt{216} + \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}}$$
。

學例題 4

化簡
$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{3}{\sqrt{2}+1} - \sqrt{18} + \sqrt{72}$$
。

已知
$$x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$
 , $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$,求

- (1) xy (2) x + y (3) $x^2 + y^2$ (4) $x^3 + y^3$ 【高中教材】

學例題 6

已知
$$x = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$$
,求 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2}$ 的值。

学例類 7

利用計算機求下列各數到小數點第三位。

- $(1)\sqrt{70}$ $(2)\sqrt{0.005}$ $(3)\sqrt{15.32}$

設 $a = \sqrt{17 + \sqrt{35}}$,則a在哪兩個連續整數之間?

- (1)3與4 (2)4與5 (3)5與6 (4)6與7

學例題 9【高中教材】

化簡下列各式:

(1)
$$\sqrt{3+2\sqrt{2}}$$
 (2) $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$

學例题 10【高中教材】

化簡下列各式:

(1)
$$\sqrt{8+\sqrt{60}}$$
 (2) $\sqrt{8-\sqrt{28}}$